

## Original Article

e-ISSN: 2774-2016 - <https://journal.itera.ac.id/index.php/indojam/>

p-ISSN: 2774-2067

Received 1st September 2023  
 Accepted 7th November 2023  
 Published 14th November  
 2023

Open Access

DOI:

10.35472/indojam.v3i2.1576

## Analisis Besar Iuran Normal Metode Frozen Initial Liability dan Metode Entry Age Normal Menggunakan Tingkat Suku Bunga Cox-Ingersoll-Ross (CIR)

I Wayan Dimas Pangestu<sup>a</sup>, Dwi Mahrani<sup>\*a</sup><sup>a</sup> Program Studi Sains Aktuaria, Jurusan Sains, Institut Teknologi Sumatera<sup>\*</sup> Corresponding E-mail: [dwi.mahrani@at.itera.ac.id](mailto:dwi.mahrani@at.itera.ac.id)

**Abstract:** One form of social security program is a pension funding program. A pension plan is a program designed to provide benefits to employees when they retire. Based on the type of membership, the pension program is divided into 2 types, namely individuals and groups. There are differences in the methods used for the two types of participation, namely the Normal Entry Age (EAN) method for individual pension programs and the Frozen Initial Liability (FIL) method for group pension programs. Each period, both individual and group pension program participants are required to pay normal contributions. Things that influence the amount of normal contributions for each worker are the age at which they enter work, the participant's initial salary, and the participant's chance of survival/death. In addition, the calculation of normal contributions also depends on the interest rate used. In this study, the interest rate used is the interest rate of the Cox-Ingersoll-Ross (CIR) model. The normal contribution amount for EAN is constant for each period, while the normal contribution amount for FIL changes when there are participants who retire in the pension program group. The normal FIL contribution tends to be on average compared to the EAN normal contribution for each participant.

**Keywords:** Pension, Normal Contribution, Normal Entry Age, Frozen Initial Liability, Cox Ingersoll Ross

**Abstrak:** Salah satu bentuk program jaminan sosial adalah program pendanaan pensiun. Program pensiun adalah program yang dirancang untuk memberikan manfaat kepada pekerja ketika pensiun. Berdasarkan jenis kepesertaan program pensiun terbagi menjadi 2 jenis, yaitu individu dan kelompok. Ada perbedaan metode yang digunakan untuk kedua jenis kepesertaan tersebut, yaitu metode *Entry Age Normal* (EAN) untuk program pensiun individu dan metode *Frozen Initial Liability* (FIL) untuk program pensiun kelompok. Setiap periodenya peserta program pensiun baik individu maupun kelompok diwajibkan membayar iuran normal. Hal yang mempengaruhi besarnya iuran normal untuk setiap pekerja yaitu, usia masuk kerja, gaji awal peserta, dan peluang hidup/meninggal peserta. Selain itu, perhitungan besar iuran normal juga bergantung tingkat suku bunga yang digunakan. Pada penelitian ini, tingkat suku bunga yang digunakan adalah tingkat suku bunga model Cox-Ingersoll-Ross (CIR). Besar iuran normal EAN bersifat konstan untuk setiap periodenya sedangkan besar iuran normal FIL mengalami perubahan ketika terdapat peserta yang pensiun didalam kelompok program pensiun. Iuran normal FIL cenderung berada pada rata-rata dibandingkan dengan iuran normal EAN untuk setiap peserta.

**Kata Kunci:** Pensiun, Iuran Normal, Entry Age Normal, Frozen Initial Liability, Cox Ingersoll Ross

### Pendahuluan

Peraturan terkait jaminan sosial yang tercantum di dalam UU No. 40 tahun 2004 tentang sistem

jaminan sosial nasional merupakan bentuk perhatian negara kepada rakyat untuk mendapatkan jaminan yang sesuai dalam bekerja. Salah satu program dari jaminan sosial adalah program pensiun. Program pensiun, berdasarkan

## Original Article

bentuknya terbagi menjadi dua jenis yaitu manfaat pasti dan iuran pasti. Program pensiun iuran pasti adalah program dengan besar iuran yang telah ditetapkan sedangkan program pensiun manfaat pasti adalah program dengan besar manfaat yang telah ditetapkan oleh dana pensiun [1].

Perhitungan manfaat serta iuran pensiun harus dilakukan secara tepat agar kebutuhan pensiun dimasa tua dapat terjamin. Besaran manfaat dan iuran pensiun bergantung pada lamanya masa kerja dan besaran upah yang dibayarkan oleh pemberi kerja. Semakin lama masa kerja dan semakin besar upah, maka nilai manfaat serta iuran pensiun juga semakin meningkat. Namun hal ini menjadi masalah bagi para peserta dana pensiun. Seiring dengan kenaikan upah, maka tingkat kebutuhan pokok juga akan semakin meningkat.

Selain masa kerja dan besaran upah, tingkat suku bunga juga dapat menjadi penentu besaran manfaat serta iuran pensiun. Suku bunga yang berfluktuatif secara spontan akan berdampak negatif pada transaksi keuangan salah satunya dana pensiun. Tingkat suku bunga di Indonesia cukup berfluktuatif, terutama pada tahun 1998. Pada saat itu suku bunga mengalami kenaikan yang cukup ekstrim hingga 50%. Kenaikan ekstrim tersebut berdampak pada perusahaan-perusahaan di sektor keuangan, Sehingga, diperlukan penentuan suku bunga baru yang lebih stabil. Salah satu model yang digunakan untuk memodelkan suku bunga adalah model tingkat suku bunga stokastik *Cox-Ingersoll-Ross Model* (CIR) yang mana tingkat suku bunga hasil prediksi model CIR selalu bernilai positif dan bersifat *mean reversion* [4].

Berdasarkan jumlah peserta, kepesertaan dana pensiun terbagi menjadi dua jenis, yaitu individu dan kelompok. Keikutsertaan sekelompok orang dalam satu program dana pensiun akan mengakibatkan iuran pensiunnya berbeda ketika diikuti secara individu. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menganalisis manfaat serta iuran normal dana pensiun secara berkelompok, yaitu metode *Frozen Initial Liability* (FIL). Berdasarkan penelitian terdahulu, perhitungan iuran normal dengan metode FIL akan menghasilkan iuran normal konstan dan mengalami perubahan ketika ada anggota kelompok yang keluar [5]. Sedangkan metode yang biasa digunakan dalam perhitungan besaran

manfaat dan iuran pensiun secara individu adalah metode *Entry Age Normal* (EAN). Metode EAN akan menghasilkan iuran normal yang konstan dengan nominal yang akan semakin besar, berbanding lurus dengan usia masuk kerja peserta [6].

Oleh karena itu, perlu adanya analisis besar iuran normal metode *Frozen Initial Liability* dan metode *Entry Age Normal* dengan model tingkat suku bunga *Cox-Ingersoll-Ross* (CIR).

## Metode

### Tabel Mortalita dan Simbol Komutasi

Tabel mortalita terdiri dari peluang hidup dan peluang meninggal untuk setiap usia  $t$ . Rincian peluang hidup dan peluang meninggal sebagai berikut:

#### 1. Peluang Hidup

Peluang hidup dirumuskan sebagai berikut:

$${}_t p_{x_g} = \frac{l_{x_g+t}}{l_{x_g}} \quad (1)$$

#### 2. Peluang Meninggal

Peluang meninggal dirumuskan sebagai berikut:

$${}_t q_{x_g} = \frac{l_{x_g} - l_{x_g+t}}{l_{x_g}} \quad (2)$$

$${}_t q_{x_g} = 1 - {}_t p_{x_g} \quad (3)$$

dengan  $g$  adalah jenis kelamin dari peserta program pensiun.

Fungsi komutasi merupakan sebuah perangkat perhitungan yang digunakan untuk memudahkan perhitungan menggunakan tabel mortalita. Simbol komutasi ini digunakan dalam perhitungan nilai asuransi, misalnya anuitas, premi tahunan, dan sebagainya. Berikut adalah beberapa simbol komutasi yang digunakan [8]:

#### 1. $D_x$

$D_x$  adalah simbol komutasi hasil perkalian antara jumlah orang pada saat usia  $x$  dan faktor diskon.

$$D_x = v^x l_x.$$

## 2. $N_x$

$N_x$  adalah simbol komutasi hasil penjumlahan dari  $D_x$ .

$$\begin{aligned} N_x &= D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} \dots + D_\omega \\ &= \sum_{i=0}^{\omega-x} D_{x+i}, \end{aligned} \quad (5)$$

dengan  $\omega$  adalah usia maksimum dari seseorang atau peserta.

## Fungsi Diskonto

Fungsi diskonto merupakan fungsi yang digunakan untuk memperoleh nilai pembayaran saat ini dari nilai pembayaran di masa mendatang. Persamaan (6) merupakan persamaan fungsi diskonto dengan tingkat suku bunga di setiap periode pembayaran berbeda [10]:

$$a^{-1}(n) = \frac{1}{(1+i_1)(1+i_2) \dots (1+i_n)} = v_1 v_2 \dots v_n. \quad (6)$$

## Fungsi Gaji

Manfaat pada program pensiun dipengaruhi oleh gaji setiap peserta program pensiun. Karena hal tersebut, perlu dikembangkan notasi terkait gaji peserta pada masa yang akan datang untuk keperluan perhitungan manfaat pensiun [11]:

$$S_x = \sum_{t=e}^{x-1} s_t. \quad (7)$$

## Fungsi Manfaat

Fungsi Manfaat merupakan fungsi yang digunakan untuk menentukan besar manfaat yang akan dibayarkan saat peserta memenuhi kondisi pensiun. Besar manfaat ditentukan berdasarkan proporsi yang diberikan terhadap gaji pada saat usia  $x$  atau terhadap gaji kumulatif sampai usia  $x$  [12],

$$B_x = \alpha S_x.$$

Manfaat saat usia pensiun adalah:

$$B_r = \alpha S_{r-1}, \quad (8)$$

dengan  $\alpha$  merupakan proporsi gaji peserta program pensiun. Proporsi gaji biasanya ditetapkan oleh program pensiun.

## Anuitas Awal Seumur Hidup

Anuitas awal seumur hidup adalah serangkaian pembayaran yang terjadi sepanjang hidup tertanggung atau peserta program pensiun hingga batas maksimal usia hidup, yaitu  $\omega$  tahun dan pembayaran dilakukan setiap awal periode yang mencakup periode tahunan, bulanan dan sebagainya [13].

$$\begin{aligned} \ddot{a}_x &= 1 + v^1 p_x + v^2 {}_2p_x + v^3 {}_3p_x \dots \\ \ddot{a}_x &= \sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_k p_x \end{aligned} \quad (9)$$

Jika persamaan anuitas awal seumur hidup dikonversi ke dalam persamaan komutasi maka

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}. \quad (10)$$

Pada praktiknya anuitas awal seumur hidup tidak hanya mengacu kepada periode waktu tahunan tetapi juga dapat diperoleh anuitas awal seumur hidup periode waktu secara bulanan [15]. Berikut persamaan anuitas awal seumur hidup bulanan:

$$\ddot{a}_x^{(m)} = \ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m}, \quad (11)$$

dengan  $m$  merupakan periode waktu dalam bulanan.

## Anuitas Awal Berjangka

Anuitas awal berjangka adalah serangkaian pembayaran yang berjangkan sampai  $n$ -tahun dimulai dari  $x$  sebagai usia peserta dan dilakukan dilakukan setiap awal periode dengan periode mencakup tahunan, bulanan dan sebagainya [14]. Berikut merupakan persamaan anuitas awal berjangka:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 1 + v^1 p_x + \dots + v^{n-1} {}_{n-1} p_x \quad (12)$$

## Original Article

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k p_x.$$

Jika persamaan anuitas awal berjangka dikonversi ke dalam persamaan komutasi maka

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}. \quad (13)$$

## Metode Entry Age Normal

Metode *Entry Age Normal* atau EAN adalah metode yang digunakan untuk menentukan biaya dana pensiun dengan besaran yang cenderung konstan pada level tertentu. Konsep dasar pada metode ini adalah persamaan antara *Present Value of Future Normal Cost* (PVFNC) saat usia peserta pertama kali bekerja dan *Present Value of Future Benefit* (PVFB) pada saat usia yang sama [2]. Persamaan iuran normal EAN:

$$NC^{j,z} = B_r^{j,z} \ddot{a}_r^{(12)} \frac{D_r}{N_e - N_r}, \quad (14)$$

dengan persamaan untuk total iuran seperti berikut:

$$(NC_{total}^z)_t = \sum_{j \in A_t} NC^{j,z}, \quad (15)$$

dengan  $z$  merupakan kelompok peserta program pensiun dan  $j$  merupakan anggota kelompok program pension.

## Metode Frozen Initial Liability

*Frozen Initial Liability* adalah adaptasi dari metode EAN, perhitungan metode ini dimulai dengan menentukan besar iuran normal untuk semua anggota peserta. Asumsi yang digunakan dalam metode ini adalah besar iuran normal suatu peserta akan sama untuk semua peserta dalam kelompok [2]. Berikut merupakan persamaan iuran normal metode FIL:

$$NC_t^z = \frac{1}{n_t^z} \sum_{j \in A_t} NC^{j,z}.$$

## Model Cox-Ingersoll-Ross Model (CIR)

Model CIR termasuk dalam jenis model satu-faktor. Model satu-faktor merupakan model populer yang digunakan untuk mengetahui pergerakan tingkat suku bunga. Model satu-faktor direpresentasikan dengan persamaan seperti berikut [18]:

$$dr(t) = \mu(t, r(t))dt + \sigma(t, r(t))dB(t),$$

fungsi  $\mu(t, r(t))$  merupakan fungsi penyimpangan sedangkan  $\sigma(t, r(t))$  merupakan fungsi difusi. Berikut merupakan persamaan differensial stokastik model CIR:

$$dr(t) = \beta(\theta - r(t))dt + \sigma\sqrt{r(t)}dB(t), \quad (17)$$

dengan  $\beta, \theta, \sigma, r(0)$  merupakan konstanta bernilai positif. Dengan menerapkan sifat integral ito maka akan diperoleh ekspektasi dan variansi seperti berikut:

$$E[r(t)] = r(0)e^{-\beta t} + \theta(1 - e^{-\beta t})$$

$$\begin{aligned} \text{var}[r(t)] &= r(0) \left( \frac{\sigma^2}{\beta} \right) (e^{-\beta t} - e^{-2\beta t}) \\ &\quad + \theta \left( \frac{\sigma}{\beta} \right) (1 - e^{-\beta t})^2. \end{aligned}$$

Misalkan rentang waktu  $s$  dan  $t$  dengan  $0 \leq s < t$  dengan  $s$  dapat diasumsikan sebagai  $s = t_{i-1}$  dan  $t = t_i$  sehingga:

$$t - s = t_i - t_{i-1} = \Delta t,$$

maka diperoleh model CIR seperti berikut:

$$\begin{aligned} r_{t_i} &= r_{t_{i-1}} e^{-\beta(\Delta t)} + \theta(1 - e^{-\beta(\Delta t)}) \\ &\quad + \sigma e^{-\beta t} \sqrt{r_{t_{i-1}}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{\beta u} dB(u). \end{aligned} \quad (18)$$

Bagian terpenting yang ditunjukkan pada model CIR adalah *mean reversion* yang mana ketika tingkat suku bunga lebih besar dari rata-rata jangka panjang, maka koefisien  $\beta$  membuat penyimpangan menjadi bernilai negatif sehingga tingkat suku bunga akan menurun kembali menuju  $\theta$  begitu juga sebaliknya. Volatilitas dari model ini dikalikan dengan  $\sqrt{r(t)}$  sehingga akan meniadakan adanya kemungkinan untuk menghasilkan tingkat suku bunga negatif.

### Estimasi Parameter Model CIR

*Maximum Likelihood Estimation* atau MLE adalah metode perhitungan untuk mengestimasi parameter dari suatu populasi dengan memaksimalkan hasil peluang kejadian dari sampel. Estimasi dimulai dengan mengetahui fungsi kepadatan peluang dari distribusi data suku bunga acuan yaitu distribusi normal. Dengan fungsi kepadatan peluang untuk  $r_t$  bersyarat  $r_{t-1}$  dan parameter  $k, \theta, \sigma$  adalah seperti berikut:

$$f(r_t|r_{t-1}; \beta, \theta, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(r_t - r_{t-1} - \theta(1 - e^{-\beta t}))^2}{2\sigma^2}\right). \quad (19)$$

Setelah melalui proses MLE diperoleh parameter taksiran sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{2\hat{\beta} \sum_{t=1}^n (r_t - e^{-\hat{\beta}t} r_{t-1} - \hat{\theta}(1 - e^{-\hat{\beta}t}))^2}{n(2(e^{-\hat{\beta}t} - e^{-2\hat{\beta}t}) + \hat{\theta}(1 - e^{-\hat{\beta}t})^2)}$$

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{t=1}^n (r_t - e^{-\hat{\beta}t}) \sum_{t=n}^n r_{t-1}}{n(1 - e^{-\hat{\beta}t})}$$

$$\hat{\beta} = -\frac{1}{t} \ln \left[ \frac{n \sum_{t=1}^n (r_t r_{t-1}) \sum_{t=1}^n r_t \sum_{t=1}^n r_{t-1}}{n \sum_{t=1}^n (r_{t-1})^2 - (\sum_{t=1}^n (r_{t-1}))^2} \right].$$

### Mean Absolute Error

*Mean Absolute Error* (MAE) adalah metode untuk mengetahui tingkat keakuratan dari suatu model peramalan. Nilai yang tercipta dari perhitungan MAE merupakan rata-rata kesalahan mutlak antara nilai riil dengan hasil peramalan. Berikut adalah rumus untuk perhitungan MAE [19]:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |\hat{r}_t - r_t|,$$

dengan  $\hat{r}_t$  adalah nilai hasil peramalan,  $r_t$  adalah nilai riil dan  $n$  menyatakan banyak periode. Semakin rendah nilai MAE yang diperoleh maka akan semakin akurat model peramalannya.

### Metodologi Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan data sekunder yaitu data peserta Pegawai Negeri Sipil Provinsi Lampung berjumlah 80 peserta dan data suku bunga Bank Indonesia-*Rate* 1995-2022 per tahun. Variabel pada penelitian:

1. Usia peserta masuk bekerja.
2. Usia peserta pensiun bekerja.
3. Gaji awal peserta.
4. Golongan Awal
5. Jenis Kelamin

Adapun tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini, sebagai berikut:

1. Mengestimasi parameter model tingkat suku bunga CIR berdasarkan tingkat suku bunga BI-*Rate* 1995-2022.
2. Membangkitkan data tingkat suku bunga model CIR berdasarkan estimasi parameter yang telah diperoleh.
3. Menghitung tingkat anuitas tahunan dan bulanan dengan fungsi komutasi aktuarial.
4. Menghitung besar manfaat pensiun dari setiap peserta
5. Menentukan besar iuran pensiun metode EAN dan FIL yang dibagi berdasarkan jenis kelamin.
6. Menganalisis besar iuran normal metode EAN dan FIL.

### Hasil dan Pembahasan

Dalam menentukan suku bunga model CIR, terlebih dahulu dilakukan estimasi parameter yang akan digunakan. Parameter yang digunakan antara lain  $\hat{\beta}$  yang didefinisikan sebagai kecepatan tingkat suku bunga bergerak menuju rata-rata jangka panjang. Parameter  $\hat{\theta}$  didefinisikan sebagai rata-rata tingkat suku bunga sedangkan parameter  $\hat{\sigma}$

Original Article

menyatakan volatilitas atau fluktuasi dari tingkat suku bunga. Besar parameter taksiran diperoleh dengan memasukkan data suku bunga BI-Rate sebagai data suku bunga acuan. Berikut merupakan hasil estimasi ketiga parameter:

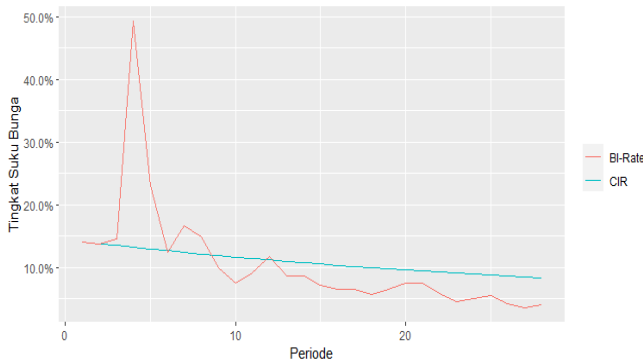
TABEL 1. Hasil estimasi parameter Model CIR

ESTIMASI PARAMETER CIR	
$\hat{\beta}$	0,02763
$\hat{\theta}$	0,030935
$\hat{\sigma}$	0,004387

Berdasarkan hasil estimasi parameter maka diperoleh persamaan tingkat suku bunga baru:

$$r_{t_i} = r_{t_{i-1}} e^{-0,02763(\Delta t)} + 0,03094(1 - e^{-0,02763(\Delta t)}) + 0,00439 e^{-0,02763t} \sqrt{r_{t_{i-1}}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{0,02763u} dB(u). \tag{20}$$

Persamaan (20) digunakan untuk memprediksi tingkat suku bunga selanjutnya. Kemudian akan dibandingkan tingkat suku bunga CIR dan BI-Rate dengan tingkat suku bunga awal sama. Berikut perbandingan CIR dan BI-Rate:

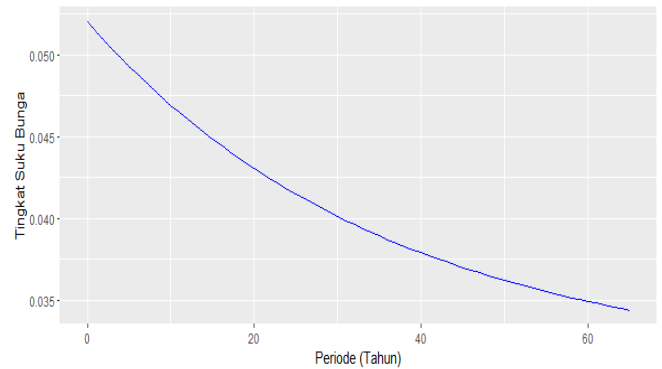


Gambar 1. Perbandingan suku bunga BI-Rate dan CIR

Berdasarkan Gambar 1, kedua tingkat suku bunga memiliki tren yang sama yaitu tren negatif. Suku bunga model CIR cenderung berjalan di rata-rata suku bunga BI-Rate sebesar 0,1053682 dan rata-rata CIR sebesar 0,1087577 yang tidak jauh berbeda dengan rata-rata suku bunga BI-Rate. Selanjutnya dilakukan evaluasi model dengan metode MAE. Berdasarkan metode MAE diperoleh nilai MAE sebesar 0,04252. Nilai tersebut cukup rendah

sehingga model cukup akurat untuk memodelkan tingkat suku bunga.

Pemodelan tingkat suku bunga model CIR dilakukan dengan membangkitkan data sebanyak 111 periode dan tingkat suku bunga awal yang digunakan sebesar 5,25%. Pemodelan ini dilakukan agar tingkat suku bunga relative stabil yang mana mengakibatkan besaran iuran pensiun peserta stabil atau cenderung tetap setiap periodenya. Berikut merupakan tingkat suku bunga model CIR yang diperoleh:



Gambar 2. Tingkat suku bunga model CIR

Gambar 2 menunjukkan tingkat suku bunga dengan tren negatif dan rata-rata tingkat suku bunga CIR adalah sebesar 0,038 mendekati parameter  $\hat{\theta}$  sebesar 0,030935. Fluktuasi tingkat suku bunga sangat rendah begitu juga dengan variansi yang hanya sebesar  $2,57 \times 10^{-5}$ . Fluktuasi tingkat suku bunga yang rendah akan mengakibatkan iuran pensiun peserta menjadi lebih stabil.

Setelah memodelkan tingkat suku bunga CIR, selanjutnya tingkat suku bunga tersebut digunakan untuk menentukan anuitas seumur hidup bulanan untuk peserta dana pensiun. Hasil perhitungan anuitas yang diperoleh sebagai berikut.

TABEL 2. Anuitas bulanan laki-laki dan perempuan

x	$\ddot{a}_x^{(12)}$	
	LAKI-LAKI	PEREMPUAN
58	17,4078945	18,7055589
60	16,6836670	17,9535780
65	14,6814724	15,9350220

Berdasarkan Tabel 2, seorang laki-laki dengan usia pensiun 58 tahun memiliki nilai anuitas sebesar 17,4079 untuk setiap 1 unit manfaat yang diperoleh. Begitu juga dengan seorang Perempuan dengan usia pensiun 58 tahun memiliki nilai anuitas sebesar 18,7055 untuk setiap satu unit manfaat yang diperoleh. Dalam hal ini, anuitas bulanan perempuan lebih besar karena peluang hidup perempuan lebih besar dari peluang hidup laki-laki.

Perhitungan manfaat pensiun diawali dengan mengetahui besar gaji kumulatif yang diterima peserta sampai usia sebelum pensiun. Adapun besaran gaji peserta mengalami kenaikan setiap dua tahun masa kerja dengan kenaikan sebesar 3%. Selanjutnya gaji kumulatif yang diperoleh digunakan untuk menghitung besar manfaat kumulatif pada saat usia pensiun dengan proporsi gaji sebesar 2,5%.

Perhitungan iuran normal EAN dilakukan per individu dengan notasi  $e$  adalah usia masuk kerja,  $r$  usia pensiun,  $j$  nomor urutan peserta,  $z$  adalah nomor kode kelompok dan  $g$  adalah kode jenis kelamin, 1 untuk laki-laki dan 0 untuk perempuan. Adapun 80 peserta juga terbagi dalam beberapa kelompok. Berikut pembagian kelompok peserta:

TABEL 3. Pembagian kelompok peserta

Kelompok	Golongan Awal Masuk Kerja
1	3D
2	3B
3	3C
4	3A
5	2D
6	2C
7	2B
8	2A

Pembagian kelompok ini, selain digunakan untuk perhitungan iuran normal metode FIL, juga bertujuan untuk mempermudah dalam

menganalisis iuran normal yang harus dibayarkan setiap peserta program pensiun.

TABEL 4. Iuran EAN dengan Usia Masuk Kerja Peserta Berbeda

J,z,g	e,r	Iuran Normal EAN
10,1,0	22,58	Rp934.822
2,1,0	30,58	Rp966.882
3,1,0	30,58	Rp1.018.716
46,5,1	21,58	Rp667.367
43,5,1	22,58	Rp675.113
42,5,1	23,58	Rp683.183

Berdasarkan Tabel 4, semakin besar usia masuk peserta maka akan semakin besar iuran normalnya. Seperti pada peserta perempuan kelompok 1 nomor 10, 2 dan 3 memperoleh iuran sebesar  $Rp934.822 < Rp966.882 < Rp1.018.716$ . Begitu juga pada peserta laki-laki kelompok 5 nomor 46, 43 dan 42 memperoleh iuran sebesar  $Rp667.367 < Rp675.113 < Rp683.183$ . Semakin besar usia masuk maka masa kerja suatu peserta akan semakin rendah yang mengakibatkan besar iuran normal yang lebih tinggi dibandingkan peserta lainnya untuk memenuhi manfaat yang akan diterima saat pensiun.

TABEL 5. Iuran EAN dengan Jenis Kelamin Peserta Berbeda

J,z,g	e,r	Iuran Normal EAN
41,5,0	22,58	Rp748.677
43,5,1	22,58	Rp675.113
80,5,1	21,58	Rp590.989
77,5,1	23,58	Rp528.702

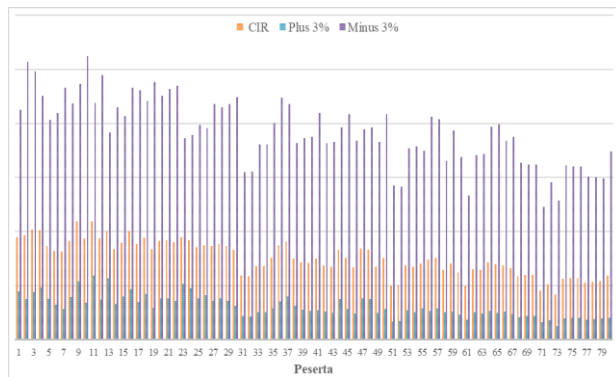
Berdasarkan Tabel 5, peserta perempuan memiliki iuran normal yang lebih besar dibandingkan iuran normal peserta laki-laki. Seperti pada peserta nomor 41 dan 43 dengan usia masuk dan pensiun yang sama memperoleh iuran normal sebesar  $Rp748.677 > Rp675.113$ . Peserta perempuan nomor 80 dan 77 dengan usia masuk dan pensiun yang sama memperoleh iuran normal sebesar  $Rp590.989 > Rp528.702$ . Hal tersebut disebabkan oleh anuitas selama  $n$ -tahun untuk peserta perempuan yang lebih besar dibandingkan anuitas selama  $n$ -tahun untuk peserta laki-laki.

Original Article

TABEL 6. Iuran EAN dengan Golongan Awal Masuk Peserta Berbeda

J,z,g	e,r	Iuran Normal EAN
15,2,1	22,58	Rp893.262
25,3,1	22,58	Rp856.987
41,5,0	22,58	Rp748.677
56,6,0	22,58	Rp736.707

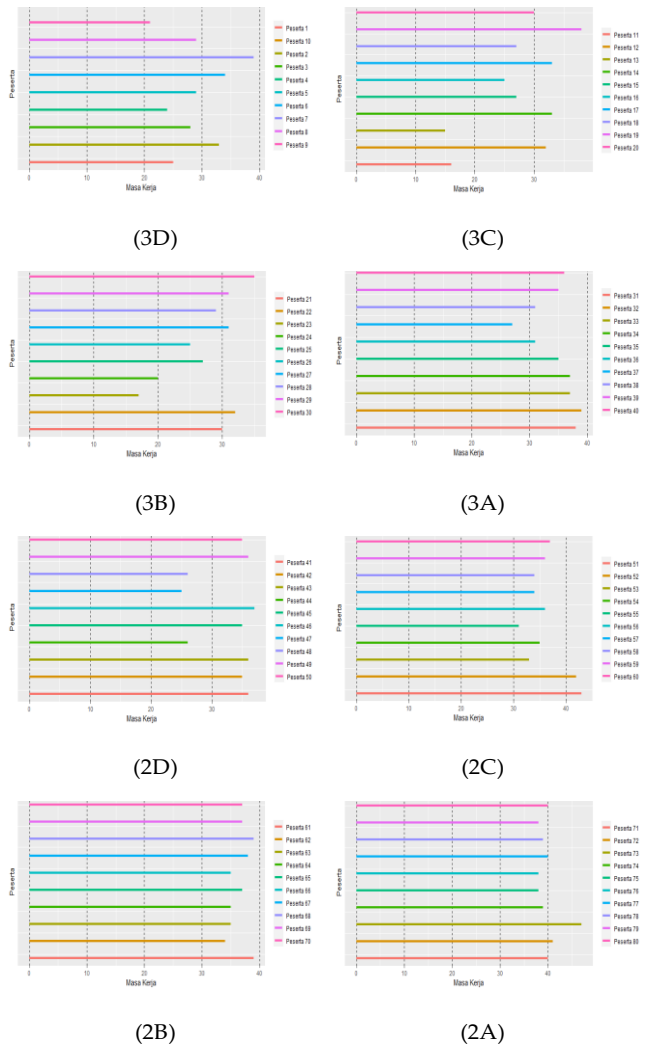
Kemudian berdasarkan Tabel 6, semakin besar gaji awal atau semakin tinggi golongan awal peserta maka akan semakin besar juga iuran normalnya. Seperti pada peserta nomor 15 kelompok 2 dan peserta nomor 25 kelompok 3 memperoleh iuran normal sebesar Rp893.262 > Rp856.987 serta peserta nomor 41 kelompok 5 dan peserta nomor 56 kelompok 6 memperoleh iuran normal sebesar Rp748.677 > Rp736.707. Iuran normal juga dipengaruhi oleh tinggi rendahnya tingkat suku bunga. Berikut perbandingan iuran berdasarkan tinggi rendah tingkat suku bunga:



Gambar 3. Perbandingan iuran EAN berdasar tinggi-rendahnya tingkat suku bunga

Berdasarkan Gambar 3, iuran normal yang dihasilkan berdasarkan tingkat suku bunga CIR naik 3% < tingkat suku bunga CIR. Sedangkan iuran normal tingkat suku bunga CIR turun 3% > tingkat suku bunga CIR. Hal ini terjadi karena suku bunga mempengaruhi besar anuitas, semakin rendah tingkat suku bunga anuitas yang dihasilkan akan semakin besar dan semakin besar anuitas iuran normal yang dihasilkan juga semakin besar. Hal tersebut berlaku juga sebaliknya untuk tingkat suku bunga tinggi.

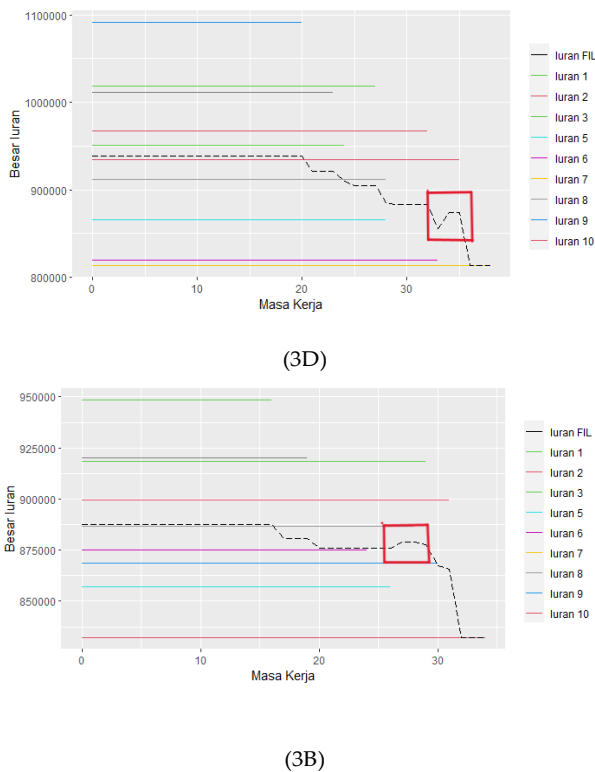
Perhitungan iuran normal metode FIL dipengaruhi oleh besar iuran normal setiap individu dan jumlah peserta di dalam suatu kelompok pada rentang waktu atau masa kerja tertentu. Berikut grafik pergerakan usia setiap peserta sampai usia pensiun:



Gambar 4. Pergerakan usia peserta setiap kelompok

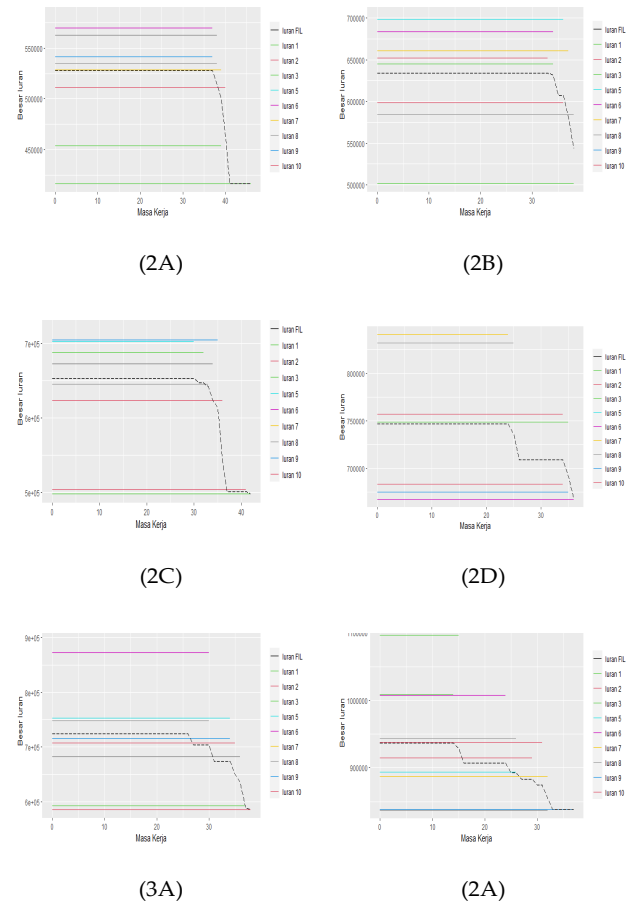
Iuran normal EAN dan FIL yang telah diperoleh selanjutnya akan dibandingkan untuk di analisis. Berikut merupakan gambar-gambar perbandingan iuran normal EAN dan FIL:





Gambar 5. Perbandingan iuran normal EAN dan FIL setiap kelompok (1)

Gambar 5 menunjukkan iuran normal EAN (garis berwarna) yang cenderung pada keadaan konstan sedangkan iuran normal FIL (garis-garis putus-putus) hanya konstan pada rentang masa kerja tertentu saja dan mengalami perubahan dengan kecenderungan menurun ketika ada peserta pensiun di dalam kelompoknya. Namun pada rentang masa kerja tertentu, iuran normal FIL mengalami kenaikan (pada persegi merah). Hal tersebut dikarenakan jumlah dari iuran normal pada rentang masa kerja tersebut lebih besar dibandingkan jumlah iuran normal pada rentang masa kerja sebelumnya.



Gambar 6. Perbandingan iuran normal EAN dan FIL setiap kelompok (2)

Kemudian pada Gambar 6, iuran normal FIL juga cenderung konstan dan mengalami perubahan pada rentang masa kerja tertentu dengan kecenderungan tetap menurun. Jika dilihat dari seluruh kelompok, iuran normal FIL yang dihasilkan juga cenderung pada rata-rata iuran normal EAN keseluruhan peserta dalam kelompok. Hal tersebut karena perhitungan FIL di dasarkan atas pembagian total iuran normal peserta dengan jumlah peserta saat masa kerja tertentu. Iuran normal FIL juga selalu berada di antara iuran normal peserta terbesar dan iuran normal peserta terkecil. Hal tersebut dapat dilihat dari pergerakan garis iuran normal FIL yang tidak pernah melebihi garis iuran normal EAN terbesar dan terkecil di dalam kelompok.

## Original Article

### Kesimpulan

1. Besar iuran normal dengan metode EAN bersifat konstan untuk setiap bulannya.
  - a. Semakin besar usia masuk maka akan lebih besar iuran normalnya dengan kondisi usia pensiun, jenis kelamin dan golongan awal yang sama.
  - b. Peserta perempuan memiliki iuran normal yang lebih besar dibandingkan peserta pria dengan usia masuk, usia pensiun dan golongan awal yang sama.
  - c. Pada metode ini semakin besar gaji awal peserta maka akan semakin besar juga iuran normalnya.
2. Besar iuran normal dengan metode FIL bersifat konstan untuk setiap bulannya pada rentang waktu atau masa kerja tertentu dan mengalami perubahan ketika ada peserta yang pensiun dalam kelompok dengan kecenderungan besar iuran normal menurun dikarenakan penurunan jumlah peserta.
3. Iuran normal metode FIL setiap kelompok cenderung berada pada rata-rata dibandingkan dengan iuran normal setiap peserta di dalam kelompok iuran normal metode EAN. Besar iuran normal metode FIL tidak pernah lebih besar dibandingkan iuran normal peserta terbesar metode EAN dan tidak pernah lebih rendah dibandingkan iuran normal peserta terkecil metode EAN.

### Referensi

- [1] Presiden Republik Indonesia, Undang-Undang Presiden Republik Indonesia Nomor 11 Tahun 1992 Tentang Dana Pensiun, Jakarta.
- [2] G. Leslaw and M. Krzysztof, Financial Risk Management For Pension Plans, Emerald Group Publishing Limited, 2004.
- [3] E. D, A. A. and H. H, "Penentuan Premi Asuransi Jiwa Dwiguna Dengan Polis Partisipasi Menggunakan Suku Bunga Model CIR," *Transformasi: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, vol. I, no. 5, pp. 511-522, 2021.
- [4] Artika, I. G. P. Purnaba and L. D. C, "Penentuan Premi Asuransi Jiwa Berjangka Menggunakan Model Vasicek Dan Model Cox-Ingersoll-Ross (Cir)," *Journal of Mathematics and its Applications*, vol. II, no. 17, pp. 129-139, 2018.
- [5] A. Z, S. N and P. H, "Penggunaan Metode Frozen Initial Liability Pada Perhitungan Pendanaan Pensiun Manfaat Pasti (Studi Kasus: Data Pegawai Negeri Sipil di Puskesmas Kecamatan Hulu Gurung Kabupaten Kapuas Hulu)," *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*, vol. I, no. 9.
- [6] W. A. Yuda, I. N. Widana and I. W. Sumarjaya, "Perhitungan Aktuaria Manfaat Pensiun-Normal Suku Bunga Vasicek Menggunakan Metode Entry Age Normal," *E-Jurnal Matematika*, vol. II, no. 7, pp. 134-140, 2018.
- [7] F. Takashi, Matematika Asuransin Jiwa Bagian I, Tokyo: The Research Institute of Life Insurance Welfare, 1993.
- [8] E. V. Slud, Actuarial Mathematics and Life-Table Statistics, College Park: Mathematics Department University of Maryland, 2006.
- [9] M. D. Izzati and M. D. Kartikasari, "Izzati, M. D., & Kartikasari, M. D. (2022). Implementasi Metode Perhitungan Aktuaria Program Dana Pensiun Menggunakan Flask," *Jambura Journal of Mathematics*, vol. II, no. 4, pp. 247-264, 2022.
- [10] K. Stephen, Theory of Interest, New York: McGraw-Hill Education, 2008.
- [11] A. William H, A Problem-Solving Approach To Pension Funding And Valuation Second Edition, Winsted: ACTEX Publications, 1996.

- [12] H. H. Winklevoss, Pension Mathematics with Numerical Illustrations, Pennsylvania: University of Pennsylvania Press, 1993.
- [13] S. Tyahadewi and Martha, "Penentuan Nilai Anuitas Jiwa Seumur Hidup Menggunakan Distribusi Gompertz," *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*, vol. II, no. 5, 2016.
- [14] D. C. M. Dickson, M. R. Hardy and H. R. W. , Solutions Manual for Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks, Cambridge: Cambridge University Press, 2013.
- [15] B. Newton L, G. Hans U, H. James C, J. Donald A and N. Cecil J, Actuarial Mathematics, Society of Actuaries, 1997.
- [16] K. Samuel and P. Marky, An Introduction to Stochastic Modeling, Oxford: Academic Press, 2010.
- [17] D. Brigo and F. Mercurio, Interest Rate Models – Theory and Practice With Smile, Inflation and Credit, Berlin: Springer Finance, 2006.
- [18] Z. Serkan and G. Ankit, "A Comparative Study of the Vasicek and the CIR Model of the Short Rate," *Fraunhofer ITWM*, vol. I, no. 124, pp. 1-17, 2007.
- [19] A. A. Suryanto and A. Muqtadir, "Penerapan Metode Mean Absolute Error (MEA) Dalam Algoritma Regresi Linear Untuk Prediksi Produksi Padi," *Saintekbu*, vol. I, no. 11, pp. 78-83, 2019.