Original Article

e-ISSN: 2774-2016 - https://journal.itera.ac.id/index.php/indojam/
p-ISSN: 2774-2067

Received 13th Agustus 2022
Accepted 13th January 2023
Published 28th January 2023

Open Access

DOI:

10.35472/indojam.v2i2.1030

Aplikasi *Fuzzy Linier Programming* dengan Metode *Branch and Bound* untuk Mengoptimalkan Jumlah Produksi dan Keuntungan Penjualan Roti di Italia *Bakery* Bandar Lampung

Achmad Suryadi Nasution[a*], Fatin Trihastuti[a], Sri Efrinita Irwan[a]

[a] *Program Studi Matematika, Jurusan Sains, Institut Teknologi Sumatera*

* *Koresponden E-mail: achmad.nasution@ma.itera.ac.id*

Abstract: Italia Bakery is one of the bakeries in Bandar Lampung that produces various types of sandwiches, namely meat bread, and green bean bread. The Italian Bakery factory has difficulty in determining the optimal amount of bread production as well as controlling the right amount of raw materials. This causes losses for the factory because bread that is not worth the market will be thrown away, as a result of which the profits obtained do not reach the maximum limit. This problem can be solved by planning the optimal production amount based on the amount of raw material supply and the amount of demand with fuzzy linear programming methods. Results that have been completed with fuzzy linear programming that is still a fractional number can be rounded using the branch and bound method. Based on the results of research conducted, it is known that the use of both methods can increase the company's profits by 8,17%.

Keywords: *optimization, branch and bound, fuzzy linear programming, production.*

Abstrak: Italia Bakery adalah salah satu pabrik roti di Bandar Lampung yang memproduksi berbagai jenis roti isi yaitu roti daging, roti keju, roti cokelat, dan roti kacang hijau. Pabrik Italia Bakery mengalami kesulitan dalam menentukan jumlah produksi roti yang optimal serta pengendalian jumlah bahan baku yang tepat. Hal ini menyebabkan kerugian bagi pihak pabrik karena roti yang sudah tidak layak dipasarkan akan dibuang, akibatnya keuntungan yang didapatkan tidak mencapai batas maksimal. Permasalahan ini dapat diselesaikan dengan merencanakan jumlah produksi optimal berdasarkan jumlah persediaan bahan baku dan jumlah permintaan dengan metode fuzzy linear programming. Hasil yang telah diselesaikan dengan fuzzy linear programming yang masih berupa bilangan pecahan dapat dibulatkan dengan menggunakan metode branch and bound. Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan, diketahui bahwa penggunaan kedua metode tersebut dapat meningkatkan keuntungan perusahaan sebesar 8,17%.

Kata Kunci: *optimasi, branch and bound, fuzzy linear programming, produksi.*

Pendahuluan

Pertumbuhan penduduk yang tinggi akan berbanding lurus dengan kebutuhan manusia baik itu dari segi pangan, sandang dan papan. Terkusus di bidang pangan, tidak menutup kemungkinan bahwa kebutuhan akan pangan tidak dapat dihindari. Selain nasi, roti juga menjadi pilihan makanan pokok yang banyak diminati oleh masyrakat Indonesia. Ini juga dibuktikan dengan semakin maraknya penjualan roti sejenis yang meningkat sehingga terjadi pesaingan yang sangat ketat. Para pelaku bisnis roti mengatur berbagai macam siasat atau strategi agar penjualan roti nya meningkat dan dapat bersaing, salah satunya bagaimana cara agar menekan biaya produksi dan meraih untung yang maksimal. Italia *Bakery* adalah salah satu industri di bidang produksi yang terletak di Kecamatan Tanjung Karang, Kota Bandar Lampung, Lampung. Pabrik Italia *Bakery* memproduksi berbagai jenis roti isi yaitu roti daging, roti keju, roti cokelat dan roti kacang hijau.

Berdasarkan wawancara yang telah dilakukan, pihak roti italia *bakery* mengalami kesulitan dalam menentukan jumlah produksi roti yang optimal dan pengendalian jumlah bahan baku yang tepat. Oleh sebab itu, keuntungan yang didapatkan tidak mencapai batas maksimal, karena pihak pabrik akan membuang roti yang tidak layak dipasarkan. Oleh sebab itu, diperlukan suatu metode yang dapat menentukan jumlah produksi yang tepat dengan arti lain meminimalkan roti yang dibuang akibat kelebihan dalam memproduksi roti tersebut.

Linear programming adalah suatu teknik perencanaan yang bersifat analitis menggunakan model matematika berupa persamaan linear dengan tujuan menentukan suatu cara untuk mendapatkan solusi yang optimal terhadap suatu persoalan. Menggunakan *fuzzy linear programming* adalah suatu upaya untuk mendapatkan hasil yang optimal.

Fuzzy mengandung unsur ketidakpastian, dalam kehidupan nyata terdapat banyak masalah yang erat kaitannya dengan ketidakpastian seperti data dalam suatu produksi. Penelitian mengenai *Fuzzy* telah dilakukan oleh Loneli untuk optimisasi jumlah produksi [2]. Selanjutnya, *Fuzzy linear programming (FLP)* adalah metode *linear programming* yang diaplikasikan dalam bilangan *fuzzy*. Beberapa peneliti telah banyak menggunakan *fuzzy linear programming* dalam menyelesaikan permasalahan pada kasus optimasi produksi. Agus Wayan Yulianto menerapkan *fuzzy linear programming* dalam optimalisasi produksi jamu [13].

Nilai solusi pada *fuzzy linear programming* sering menghasilkan nilai yang berupa bilangan desimal, sedangkan dalam masalah optimasi produksi roti di Pabrik Italia *Bakery*, solusi yang diharapkan berupa bilangan bulat (*integer*). Maka untuk permasalahan saat ini terdapat suatu metode dengan solusi yang dihasilkan berupa bilangan *integer* yaitu metode cabang dan batas (*Branch and Bound*).

Metode *branch and bound* adalah suatu metode penyelesaian untuk mencari solusi optimal dengan *linear programming* dari berbagai permasalahan pada optimasi. Metode ini membatasi penyelesaian optimal yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas atau bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar bernilai bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru [11].

Penelitian mengenai *branch and bound* telah dilakukan oleh Widi Hartono untuk optimasi sisa material besi (*waste*) pada plat lantai [3]. Penelitian serupa juga dilakukan oleh Dewi Septinauli dalam mengoptimalkan keuntungan produksi keripik ubi. Dari beberapa penelitian yang telah dilakukan, penyelesaian menggunakan *fuzzy linear programming* dan metode *branch and bound* dapat menyelesaikan permasalahan optimasi serta meningkatkan keuntungan produksi. Oleh sebab itu, dalam penelitian ini penulis tertarik untuk menerapkan metode tersebut dalam menyelesaikan permasalahan produksi yang ada di pabrik Italia.

Metode

Dalam penelitian ini terlebih dahulu data yang diperoleh disajikan dalam bentuk umum *linear programming* dan selanjutnya menggunakan sifat logika *fuzzy* akan dibentuk *fuzzy linear programming* didalamnya terdapat proses *fuzzyfikasi* yang kemudian dilakukan pencarian solusi optimal dengan metode *Big M*. Hasil tersebut akan dilakukan defuzyfikasi dan untuk membuat hasilnya berupa bilangan bulat maka dilakukan dengan menggunakan metode *Branch and Bound*. Uraian metode lebih rinci, akan dijelaskan berikut ini.

1. Program Linier

Program linear adalah suatu teknik matematika dalam menentukan pemecahan masalah yang bertujuan untuk memaksimalkan atau meminimalkan sesuatu yang dibatasi oleh batasan-batasan tertentu dalam bentuk persamaan linear [7].

Untuk menyelesaikan program linear akan digunakan karakteristik sebagai berikut [6]:

1. Variabel Keputusan
   Variabel keputusan adalah variabel yang dapat menentukan keputusan-keputusan yang akan dibuat dalam pencapaian solusi optimal.
2. Fungsi Tujuan
   Fungsi tujuan adalah fungsi yang menggambarkan tujuan di dalam permasalahan program linear

Published by: Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat (LPPM)
Institut Teknologi Sumatera, Lampung Selatan, Indonesia

Original Article

yaitu fungsi tersebut dimaksimalkan atau diminimalkan terhadap kendala-kendala yang ada.

3. Fungsi Kendala
   Fungsi kendala disebut juga sebagai fungsi pembatas yaitu batasan-batasan dalam penyelesaian program linear yang harus diperhatikan. Fungsi batasan juga merupakan hubungan linear dari variabel keputusan yang menunjukan keterbatasan sumber daya yang dimiliki.

Secara umum bentuk program linear dapat dirumuskan ke dalam bentuk matematika sebagai berikut [1].
Maksimalkan atau minimalkan:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \text{untuk } j = 1,2,3, \dots, n.$$

Dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ (=, \leq, \text{atau } \geq) b_i$$

untuk $i = 1,2,3, \dots, m.$

$x_j \geq 0$; dan

$j = 1,2,3, \dots, n.$

Keterangan:

Z = Fungsi tujuan yang harus dicari nilai optimalnya (maksimal atau minimal)

c_j = Konstanta variabel keputusan.

x_j = Variabel keputusan.

a_{ij} = Konstanta variabel baris ke-i dan kolom ke-j.

b_i = Konstanta sebelah kanan dari pembatasan baris ke-i.

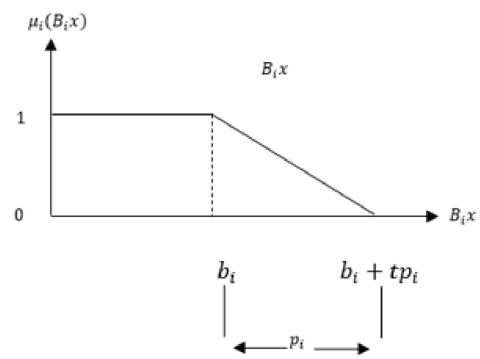
2. *Fuzzy Linear Programming*

Fuzzy linear programming adalah modifikasi dari teori *linear programming* dan konsep logika *fuzzy* sebagai salah satu cara pengambilan keputusan dalam menentukan jumlah produk yang optimal dengan mempertimbangkan keterbatasan sumber daya produksi [10]. Dengan menerapkan *fuzzy linear programming* dalam menentukan tingkat produksi maksimal dapat membantu proses pengambilan keputusan dengan tepat yang mana logika *fuzzy* dapat digunakan dalam pemecahan masalah *linear programming* tersebut. Hal ini merupakan syarat mutlak untuk dapat digunakan dalam *fuzzy linear programming* [12].

Pada *fuzzy linear programming* [5], nilai Z yang merupakan fungsi tujuan akan dioptimasikan sedemikian rupa sehingga memenuhi batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan *fuzzy*. Setiap baris/batasan ($0, ,1,2, \dots, m$) akan dipresentasikan dengan sebuah himpunan *fuzzy*.

Terdapat fungsi yang dapat digunakan untuk memperoleh nilai keanggotaan dengan melalui pendekatan fungsi [4], yaitu

$$\mu_i(B_i x) = \begin{cases} 1; & \text{jika } B_i x < b_i \\ 1 - \dfrac{B_i x - b_i}{p_i}; & \text{jika } b_i \leq B_i x \leq b_i + p_i \\ 0; & \text{jika } B_i x > b_i + p_i \end{cases}$$



Gambar 1. Grafik Fungsi Keanggotaan *Fuzzy*

Gambar 1 menunjukkan fungsi keanggotaan jika diaplikasikan dalam bentuk grafik dengan p_i merupakan interval toleransi. Semakin besar nilai x pada domain, mengakibatkan nilai keanggotaan yang semakin berkurang sehingga pada tahap defuzzifikasi untuk mencari nilai $\lambda - cut$ dapat dihitung sebagai $\lambda = 1 - t$, dengan

$b_i + tp_i$ = ruas kanan batasan ke $- i$

b_i = nilai batasan pada saat $t = 0$

$b_i + tp_i$ = nilai batasan pada saat $t = 1$

$B_i x$ = jumlah nilai dalam bentuk *fuzzy* dari variabel x

p_i = nilai toleransi interval yang dilakukan penambahan pada fungsi tujuan maupun fungsi kendala/fungsi pembatas

2.1.Fuzzifikasi

Fuzzyfikasi adalah suatu proses untuk mengubah variabel *non fuzzy* (variabel numerik) menjadi variabel *fuzzy* (variabel linguistik). Proses *fuzzyfikasi* digunakan untuk mendapatkan nilai dari model *lower* ($t = 0$) dan model *upper* ($t = 1$) yang dibentuk dari awal variabel keputusan dan kendala/batasan. Untuk menghitung batas bawah dan batas atas dapat diselesaikan dengan metode simplek.

Batas bawah (BB) dari nilai optimal dinotasikan dengan Z_L yang diperoleh dari pemecahan program linear berikut.

Maksimalkan:

$$Z_L = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ (=, \leq, \text{atau} \geq)\ b_i + tp_i$$

atau

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ (=, \leq, \text{atau} \geq)\ b_i$$

untuk $i = 0,1,2,3, \dots, m;\ j = 0,1,2,3, \dots., n$; dan $x_j \geq 0$.

Batas atas (BA) dari nilai optimal dinotasikan dengan Z_U yang didapat dari pemecahan program linear berikut.

Maksimalkan:

$$Z_U = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ (=, \leq, \text{atau} \geq)\ b_i + tp_i$$

atau

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ (=, \leq, \text{atau} \geq)\ b_i + p_i$$

untuk $i = 0,1,2,3, \dots, m;\ j = 0,1,2,3, \dots., n$; dan $x_j \geq 0$.

dengan p_i adalah toleransi yang diberikan pada kendala ke - i ($i = 1, 2, 3, \dots, m$).

2.2.Defuzzifikasi

Keputusan yang dihasilkan dari proses *fuzzyfikasi* masih dalam bentuk varibael *fuzzy*. Hasil ini harus diubah kembali menjadi variabel non *fuzzy* melalui proses *defuzzyfikasi*. Untuk mencari nilai $\lambda - cut$ pada tahap *defuzzyfikasi* dapat dihitung sebagai $\lambda = 1 - t$. Setelah melakukan perhitungan untuk mendapatkan nilai model *lower* ($t = 0$) dan model *upper* ($t = 1$) maka akan dibentuk batasan baru untuk menentukan nilai *fuzzy* yaitu

$$\lambda p_i + B_i x \leq b_i + p_i \ \ , i = 0,1,2,3, \dots, m$$

dengan $b_i + tp_i$ = ruas kanan batasan ke-i. Dengan demikian akan diperoleh program linear baru sebagai berikut.

Maksimalkan: λ
dengan kendala

$$-\lambda(Z_U - Z_L) + cx \geq Z_L$$
$$\lambda p_i + B_i x \leq b_i + p_i \ \ , i = 0,1,2,3, \dots, m$$
$$x \geq 0 \text{ dengan } \lambda \in [0,1]$$

Keterangan:

B_i : Nilai dari variabel x ($B_i x = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j$)

λ : nilai *fuzzy*

p_i : Toleransi interval yang dilakukan penambahan atau pengurangan pada fungsi tujuan maupun fungsi kendala/fungsi pembatas

b_i : Nilai batasan pada saat $t = 0$

$b_i + p_i$: Nilai batasan pada saat $t = 1$

Published by: Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat (LPPM)
Institut Teknologi Sumatera, Lampung Selatan, Indonesia

Original Article

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan dengan menggunakan metode *Big-M* untuk menyelesaikan permasalahan yang ada.

3. Metode *Big-M*

Metode *Big-M* merupakan salah satu metode simpleks yang dikembangkan oleh M. Charnes dan digunakan untuk menyelesaikan program linear dengan kendala yang lebih variatif yaitu program linier yang memuat ketidaksamaan $\leq, \geq$ atau $=$. Langkah-langkah perhitungan menggunakan metode *Big-M* sebagai berikut.

a. Ubah batasan/kendala sehingga nilai kanan setiap kendala bersifat non-negatif. Hal ini menunjukkan setiap batasan dengan nilai kanan dikalikan dengan -1.
b. Identifikasi setiap batasan untuk tanda $=$ atau $\geq$ pada batasan. Di Langkah 3 akan menambahkan variabel buatan ke masing-masing batasan.
c. Ubah setiap batasan pertidaksamaan ke bentuk standar. Ini berarti jika kendala $i \leq$ ruas kanan kendala tersebut, dengan menambahkan variabel *slack* (S_i), dan jika kendala $i \geq$ ruas kanan kendala tersebut, dengan mengurangi variabel *surplus* (e_i).
d. Jika kendala $i \ \geq$ atau $=$ ruas kanan kendala tersebut, tambahkan variabel buatan *Artificial* (A_i), dengan membuat suatu bilangan penalti M (M bilangan positif yang sangat besar) sebagai koefisien dari variabel buatan tersebut dalam fungsi tujuan. Pada kasus maksimasi maka dibuat $-MA_i$ dan untuk kasus minimasi dibuat $+MA_i$. Tambahkan juga batasan (ketaknegatifan) tanda $a_i \geq 0$.
e. Karena setiap variabel *artificial* akan berada di awal, semua variabel *artificial* harus dihilangkan dari baris 0 sebelum memulai simpleks. Ini memastikan bahwa dimulai dengan bentuk yang baku. Dalam memilih variabel *entering*, ingatlah bahwa M adalah variabel yang sangat besar positif. Misalnya, $4M - 2$ lebih positif dari $3M - 900$, dan $6M - 5$ Lebih negatif dari $5M - 40$. Sekarang selesaikan masalah yang diubah dengan simpleks. Kalau semua variabel *artificial* sama dengan nol dalam solusi optimal, maka telah diperoleh solusi optimal untuk masalah aslinya.
f. Ketika variabel *artificial* meninggalkan basis, kolomnya dapat dijatuhkan dari tabel selanjutnya karena tujuan variabel *artificial* hanya untuk mendapatkan solusi yang layak. Setelah variabel *artificial* meninggalkan basis, maka tidak lagi dibutuhkan.

4. Program Bilangan Bulat

Program bilangan bulat (*integer programming*) adalah suatu model program linear yang khusus digunakan untuk menyesuaikan suatu *problem* program linear di mana nilai-nilai variabel keputusan dalam penyelesaian optimal harus merupakan bilangan bulat.

Tujuan penelitian ini ingin mengetahui berapa roti yang akan di produksi dalam satuan bilangan bulat. Salah satu pendekatan yang diterapkan untuk memecahkan permasalahan pemrograman bilangan bulat adalah memecahkan model sebagai sebuah pemrograman linear. Metode cabang batas *Branch and Bound* dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan program linear dengan hasil yang optimal dalam bentuk bilangan bulat.

Secara umum, model persoalan *integer programming* dapat diformulasikan sebagai berikut.

Maksimalkan atau minimalkan

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ (=, \leq, \text{atau} \geq) \ b_i$$

untuk $i = 0,1,2,3, \dots, m$; $j = 1,2,3, \dots, n$; dan $x_j \geq 0$, $x_j \in (0,1,2,3, \dots)$.

5. Metode *Branch and Bound*

Metode *Branch and Bound* merupakan salah satu metode untuk menghasilkan penyelesaian optimal program linear yang menghasilkan variabel – variabel keputusan bilangan bulat. Sesuai dengan namanya, metode ini membatasi penyelesaian optimal yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas atau bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar bernilai bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru [3]. Metode *branch and bound* sering digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah program linear untuk mendapatkan hasil yang optimal dalam bentuk bilangan *integer*. Kelemahan pada metode ini adalah prosedur untuk mencapai hasil optimal sangat panjang. Algoritma penyelesaian masalah maksimasi program *integer* dengan metode *Branch and Bound* adalah sebagai berikut.

a. Penyelesaian optimal dengan menggunakan program linear relaksasi (dengan mengabaikan syarat kendala harus bilangan *integer*)

Masalah yang dihadapi diselesaikan terlebih dahulu menggunakan program linear relaksasi dan diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks sampai diperoleh hasil yang optimal.

b. Pemeriksaan penyelesaian optimal

Hasil optimal program linear relaksasi pada langkah 1 diperiksa apakah variabel keputusan yang diperoleh bernilai *integer* (bilangan bulat) atau pecahan. Apabila ternyata nilai semua variabel keputusan tersebut merupakan bilangan bulat positif (*nonnegative integer*), maka penyelesaian optimal pada langkah 1 merupakan solusi dari program *integer* yang telah dicapai. Apabila tidak, maka solusi dari program relaksasi tersebut akan dilakukan pencabangan dengan menambahkan kendala baru $x_i \leq a$ dan $x_i \geq b$.

c. Penentuan nilai batas (*bounding*)

Hasil optimal yang diperoleh dengan metode program linear relaksasi (*non integer*) merupakan nilai batas atas (*upper bound*) bagi setiap submasalah sedangkan hasil optimal dengan penyelesaian *integer* merupakan nilai batas bawah (*lower bound*) bagi masing-masing submasalah.

d. Penyusunan sub-masalah (*branching*)

Prinsip dasar metode ini adalah memecah daerah fisibel layak suatu masalah program linear dengan membuat submasalah [8]. Apabila penyelesaian optimal program *integer* belum tercapai, maka masalah tersebut dimodifikasikan ke dalam dua sub-masalah (*branching*) dengan menambahkan kendala baru ke masing-masing sub-masalah tersebut. Pilih variabel yang mempunyai nilai pecahan terbesar (artinya bilangan desimal terbesar dari masing-masing variabel) untuk dijadikan pencabangan ke dalam sub-sub masalah. Tujuannya adalah untuk menghilangkan solusi yang tidak memenuhi persyaratan *integer* dalam masalah itu.

Selanjutnya, nilai optimal fungsi tujuan ditetapkan sebagai batas atas pada setiap sub-masalah. Solusi optimal yang dibulatkan menjadi batas bawah (solusi yang sebelumnya tidak bulat (*integer*) kemudian dibulatkan). Sub-sub masalah yang memiliki batas atas kurang dari batas bawah yang ada, maka sub-masalah tersebut tidak perlu dianalisis lagi. Apabila dalam penyelesaian *integer* menghasilkan hasil yang sama atau lebih baik daripada nilai batas bawah dari setiap masalah, maka penyelesaian optimal *integer* telah tercapai. Apabila tidak, maka sub-masalah yang memiliki nilai batas atas yang terbaik dipilih selanjutnya menjadi sub-masalah baru. Proses iterasi ini dilakukan kembali kepada langkah 2, demikian seterusnya [9].

Suatu pencabangan/pencarian solusi pada suatu sub-masalah dikatakan berhenti jika

a. *Infeasible* atau tidak mempunyai daerah layak. Dikatakan *Infeasible*, jika nilai solusi yang diperoleh lebih besar dari batas atas karena jika disubstitusikan ke dalam salah satu kendala, akan diperoleh kendala melebihi persediaan yang ada.
b. Semua variabel keputusan yang harus bernilai *integer* sudah bernilai *integer*.

Hasil dan Diskusi

Terdapat data dari pabrik Italia *Bakery* untuk menghitung jumlah produksi yang optimal sebagai berikut.

Published by: Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat (LPPM)
Institut Teknologi Sumatera, Lampung Selatan, Indonesia

Original Article

a. Komposisi produk

Bahan baku (gr) yang dibutuhkan untuk memproduksi satu buah roti adalah sebagai berikut.

Tabel 1. Bahan Baku Roti

No	Bahan Baku	Jenis Roti				Persediaan (gr/hari)
		Daging	Keju	Cokelat	Kacang H	
1	Tepung terigu	20	20	20	20	79.520
2	Telur	14,75	14.75	14.75	14,75	48.590
3	Margarin	3.5	3,5	3,5	3,5	10.420
4	Garam	0,5	0,5	0,5	0,5	2.420
5	Gula	4	4	4	4	14.600
6	Isian daging	20	0	0	0	17.240
7	Isian keju	0	20	0	0	14.370
8	Isian cokelat	0	0	20	0	13.280
9	Isian kacang h	0	0	0	20	11.500

b. Data Produksi

Data yang dibutuhkan adalah data biaya produksi, harga jual per buah dan keuntungan produksi yang diperoleh dari selisih harga jual dan biaya produksi.

Tabel 2. Data Biaya Produksi, Harga Jual, dan Keuntungan Produksi

No	Jenis Roti	Biaya Produksi	Harga Jual	Keuntungan Produksi
1	Roti daging	Rp 2.735,00	Rp 7.500,00	Rp 4.765,00
2	Roti keju	Rp 3.250,00	Rp 8.000,00	Rp 4.750,00
3	Roti cokelat	Rp 2.820,00	Rp 7.500,00	Rp 4.680,00
4	Roti kacang hijau	Rp 2.875,00	Rp 7.500,00	Rp 4.625,00

c. Data Permintaan

Berdasarkan wawancara yang telah dilakukan jumlah permintaan dalam penelitian ini untuk setiap jenis roti sebagai berikut.

Tabel 3. Data Permintaan Roti

No	Jenis Roti	Rata-rata Permintaan (buah/hari)
1	Roti daging	420
2	Roti keju	500
3	Roti cokelat	400
4	Roti kacang hijau	320

1. Penyusunan Model Matematika

Pada penelitian ini digunakan empat jenis roti isi sebagai variabel, yaitu

x_1 = banyaknya roti isi daging

x_2 = banyaknya roti isi keju

x_3 = banyaknya roti isi cokelat

x_4 = banyaknya roti isi kacang hijau

Tujuan dilakukan penelitian ini adalah untuk memperoleh keuntungan produksi dengan mengoptimalkan jumlah produksi roti, demikian bentuk *linear programming*-nya, yaitu

Maksimalkan:

$$Z = 4765x_1 + 4.750x_2 + 4.680x_3 + 4.625x_4$$

dengan kendala

Tepung terigu:

$$20x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 20x_4 \leq 79.520$$

Telur:

$$14{,}75x_1 + 14{,}75x_2 + 14{,}75x_3 + 14{,}75x_4 \leq 48.590$$

Mentega:

$$3{,}5x_1 + 3{,}5x_2 + 3{,}5x_3 + 3{,}5x_4 \leq 10.420$$

Garam:

$$0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}5x_4 \leq 2.420$$

Gula:

$$4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 14.600$$

Kapasitas produksi:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3.500$$

Daging:

$$20x_1 \leq 17.240$$

Keju:

$$20x_2 \leq 14.370$$

Cokelat:

$$20x_3 \leq 13.280$$

Kacang hijau:

$$20x_4 \leq 11.500$$

dengan $x_1 \geq 420$, $x_2 \geq 500$, $x_3 \geq 400$, $x_4 \geq 320$.

Untuk memenuhi jumlah permintaan yang meningkat perusahaan mengadakan persiapan persedian berupa *safety stock*. Besaran *safety stock* yang ditetapkan oleh perusahaan sebesar 10%, sehingga permasalahannya adalah untuk memenuhi jumlah

Original Article

permintaan yang meningkat perusahaan mengadakan persiapan persedian berupa *safety stock*. Besaran *safety stock* yang ditetapkan oleh perusahaan sebesar 10%, sehingga permasalahannya adalah

Maksimalkan:

$$Z = 4765x_1 + 4.750x_2 + 4.680x_3 + 4.625x_4$$

dengan kendala

Tepung terigu:

$$20x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 20x_4 \leq 79.520 + 7952t$$

Telur:

$$14{,}75x_1 + 14{,}75x_2 + 14{,}75x_3 + 14{,}75x_4 \leq 48.590 + 4859t$$

Mentega:

$$3{,}5x_1 + 3{,}5x_2 + 3{,}5x_3 + 3{,}5x_4 \leq 10.420 + 1042t$$

Garam:

$$0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}5x_4 \leq 2.420 + 242t$$

Gula:

$$4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 14.600 + 1460t$$

Kapasitas produksi:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3.500$$

Daging:

$$20x_1 \leq 17.240 + 1724t$$

Keju:

$$20x_2 \leq 14.370 + 1437t$$

Cokelat:

$$20x_3 \leq 13.280 + 1328$$

Kacang hijau:

$$20x_4 \leq 11.500 + 1150t$$

dengan $x_1 \geq 420$, $x_2 \geq 500$, $x_3 \geq 400$, $x_4 \geq 320$.

2. Proses Fuzzifikasi

Pada proses *fuzzyfikasi* akan dilakukan perhitungan untuk menentukan batas bawah ($t = 0$) dan batas atas ($t = 1$) guna akan dilakukan perhitungan selanjutnya pada proses *defuzzyfikasi*.

a. Untuk $t = 0$

Semua fungsi kendala pada saat batas bawah tidak menggunakan batasan nilai toleransi interval berupa *safety stock*. Solusi optimal untuk $t = 0$ dengan notasi (Z_L) yang diperoleh dari perhitungan *linear programming,* dengan formulasinya sebagai berikut.

Maksimalkan:

$$Z = 4765x_1 + 4.750x_2 + 4.680x_3 + 4.625x_4$$

Dengan kendala:

Tepung terigu :$20x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 20x_4 \leq 79.520$

Telur :$14{,}75x_1 + 14{,}75x_2 + 14{,}75x_3 + 14{,}75x_4 \leq 48.590$

Mentega :$3{,}5x_1 + 3{,}5x_2 + 3{,}5x_3 + 3{,}5x_4 \leq 10.420$

Garam :$0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}5x_4 \leq 2.420$

Gula :$4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 14.600$

Daging : $20x_1 \leq 17.240$

Keju : $20x_2 \leq 14.370$

Cokelat : $20x_3 \leq 13.280$

Kacang hijau : $20x_4 \leq 11.500$

Kapasitas produksi : $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3.500$

$x_1 \geq 420$

$x_2 \geq 500$

$x_3 \geq 400$

$x_4 \geq 320$

Selanjutnya menggunakan metode *Big-M* untuk menyelesaikan formulasi yang telah didapatkan. Setelah melakukan 9 iterasi, maka didapatkan hasil

Published by: Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat (LPPM)
Institut Teknologi Sumatera, Lampung Selatan, Indonesia

Original Article

optimal yaitu: $x_1 = 862$, $x_2 = 718{,}5$, $x_3 = 664$, $x_4 = 575$ dan $Z_L = 13.287.200$.

b. Untuk $t = 1$

Semua fungsi kendala pada saat batas atas menggunakan batasan nilai toleransi interval berupa *safety stock*. Solusi optimal untuk $t = 1$ dengan notasi (Z_U) diperoleh dari perhitungan *linear programming* dengan menggunakan algoritma pada metode *Big-M* yang sudah dijelaskan sebelumnya maka diperoleh formulasinya sebagai berikut.

Maksimalkan:

$$\begin{aligned} Z - (M + 4765)x_1 - (M + 4.750)x_2 - (M + 4.680)x_3 \\ - (M + 4.625)x_4 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 \\ + 0S_4 + 0S_5 + 0S_6 + 0S_7 + 0S_8 + 0S_9 \\ + 0S_{10} + e_1M + e_2M + e_3M + e_4M \\ = -1640M \end{aligned}$$

Dengan kendala:

Tepung terigu : $20x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 20x_4 \leq 79.520 + 7.952$

Telur : $14{,}75x_1 + 14{,}75x_2 + 14{,}75x_3 + 14{,}75x_4 \leq 48.590 + 4.859$

Mentega : $3{,}5x_1 + 3{,}5x_2 + 3{,}5x_3 + 3{,}5x_4 \leq 10.420 + 1.024$

Garam : $0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}5x_4 \leq 2.420 + 242$

Gula : $4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 14.600 + 1.460$

Daging : $20x_1 \leq 17.240 + 1.724$

Keju : $20x_2 \leq 14.370 + 1.437$

Cokelat : $20x_3 \leq 13.280 + 1.328$

Kacang Hijau : $20x_4 \leq 11.500 + 1.150$

Kapasitas produksi : $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3.500$

$x_1 \geq 420$

$x_2 \geq 500$

$x_3 \geq 400$

$x_4 \geq 320$

3. Proses Defuzzifikasi

Setelah dilakukan perhitungan untuk batas bawah dan batas atas, langkah selanjutnya adalah menentukan nilai *fuzzy* dengan menambahkan nilai λ pada proses *defuzzyfikasi*. Dari selisih nilai Z pada batas atas dan batas bawah didapatkan nilai p_0, yaitu

$$p_0 = Z_U - Z_L$$
$$p_0 = 14.615.920 - 13.287.200 = 1.328.720$$

Untuk menghitung nilai $\lambda -$ *cut* dapat diperoleh dengan cara mengambil nilai $\lambda = 1 - t$ sehingga model *fuzzy linear programming* sebagai berikut.

Maksimalkan λ

dengan kendala:

$7.952\lambda + 20x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 20x_4 \leq 87.472$

$4.859\lambda + 14{,}75x_1 + 14{,}75x_2 + 14{,}75x_3 + 14{,}75x_4 \leq 53.449$

$1.042\lambda + 3{,}5x_1 + 3{,}5x_2 + 3{,}5x_3 + 3{,}5x_4 \leq 11.462$

$242\lambda + 0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}5x_4 \leq 2.662$

$1.460\lambda + 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 16.060$

$1.724\lambda + 20x_1 \leq 18.964$

$1.437\lambda + 20x_2 \leq 15.807$

$1.328\lambda + 20x_3 \leq 114.608$

$1.150\lambda + 20x_4 \leq 12.650$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3.500$

$x_1 \geq 420$

$x_2 \geq 500$

$x_3 \geq 400$

$x_4 \geq 320$

$-1.328.720\lambda + 4.765x_1 + 4.750x_2 + 4.650x_3 + 4.625x_4 \geq 1.328.7$

Original Article

Selanjutnya dilakukan perhitungan menggunakan metode *Big-M*. Setelah dilakukan sebanyak 10 kali iterasi maka didapatkan hasil yang optimal yaitu $\lambda = 0{,}5$ dengan produksi roti isi daging sebanyak 905,1 buah, roti isi keju sebanyak 754,425 buah, roti isi cokelat sebanyak 697,2 buah, dan roti isi kacang hijau 603,75 buah.

4. Nilai Keanggotaan Fuzzy

Nilai keanggotaan menunjukkan solusi penggunaan suatu bahan baku yang tepat untuk digunakan dalam produksi pada permasalahan saat ini dapat dilihat sebagai berikut.

Tepung terigu

$$\begin{aligned}[B_1x] &= 20x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 20x_4 \\ &= 20(905{,}1) + 20(754{,}425) + 20(697{,}2) + 20(603{,}75) \\ &= 59.209{,}5 \text{ gr}\end{aligned}$$

Telur

$$\begin{aligned}[B_2x] &= 14{,}75x_1 + 14{,}75x_2 + 14{,}75x_3 + 14{,}75x_4 \\ &= 14{,}75(905{,}1) + 14{,}75(754{,}425) + 14{,}75(697{,}2) + 14{,}75(603{,}75) \\ &= 43.667{,}01 \text{ gr}\end{aligned}$$

Mentega

$$\begin{aligned}[B_3x] &= 3{,}5x_1 + 3{,}5x_2 + 3{,}5x_3 + 3{,}5x_4 \\ &= 3{,}5(905{,}1) + 3{,}5(754{,}425) + 3{,}5(697{,}2) + 3{,}5(603{,}75) \\ &= 10.361{,}66 \text{ gr}\end{aligned}$$

Garam

$$\begin{aligned}[B_4x] &= 0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}5x_4 \\ &= 0{,}5(905{,}1) + 0{,}5(754{,}425) + 0{,}5(697{,}2) + 0{,}5(603{,}75) \\ &= 1.480{,}238 \text{ gr}\end{aligned}$$

Gula

$$\begin{aligned}[B_5x] &= 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 \\ &= 4(905{,}1) + 4(754{,}425) + 4(697{,}2) + 6(603{,}75) \\ &= 13.049{,}4 \text{ gr}\end{aligned}$$

Daging

$$\begin{aligned}[B_6x] &= 20x_1 \\ &= 20(905{,}1) \\ &= 18.102 \text{ gr}\end{aligned}$$

Keju

$$\begin{aligned}[B_7x] &= 20x_2 \\ &= 20(754{,}425) \\ &= 15.088{,}5 \text{ gr}\end{aligned}$$

Cokelat

$$\begin{aligned}[B_8x] &= 20x_3 \\ &= 20(697{,}2) \\ &= 13.944 \text{ gr}\end{aligned}$$

Kacang hijau

$$\begin{aligned}[B_9x] &= 20x_4 \\ &= 20(603{,}75) \\ &= 12.075 \text{ gr}\end{aligned}$$

Dari masing-masing batasan di atas, dapat dilihat nilai keanggotannya sebagai berikut.

a. Batasan 1: $\mu_1\ [B_1\ x] = 1$ (karena $59.209{,}5 < 79.520$)
b. Batasan 2: $\mu_2\ [B_2\ x] = 1$ (karena $43.667{,}01 < 48.590$)
c. Batasan 3: $\mu_3\ [B_3\ x] = 1$ (karena $10.361{,}66 < 10.420$)
d. Batasan 4: $\mu_4\ [B_4\ x] = 1$ (karena $1.480{,}238 < 2.420$)
e. Batasan 5: $\mu_5\ [B_5\ x] = 1$ (karena $13.049{,}4 < 14.600$)
f. Batasan 6 : $\mu_6\ [B_6\ x] = 1 - \frac{18.102 - 17.240}{1.724} = 0{,}5$ (karena $17.240 < 18.102 < 18.964$)
g. Batasan 7: $\mu_7\ [B_7\ x] = 1 - \frac{15.088{,}5 - 14.370}{1.437} = 0{,}5$ (karena $14.370 < 15.088{,}5 < 15.807$)
h. Batasan 8: $\mu_8\ [B_8\ x] = 1 - \frac{13.944 - 13.280}{1.328} = 0{,}5$ (karena $13.280 < 13.944 < 14.608$)
i. Batasan 9: $\mu_9\ [B_9\ x] = 1 - \frac{12.075 - 11500}{1.150} = 0{,}5$ (karena $11.500 < 12.075 < 12.650$)

Published by: Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat (LPPM)
Institut Teknologi Sumatera, Lampung Selatan, Indonesia

Original Article

Penjelasan nilai keanggotaan diatas dapat dilihat untuk $\mu_i\ [B_i\ x] = 1$ menyatakan bahwa suatu batasan tersebut memenuhi persediaan yang ada untuk digunakan dalam membuat suatu produksi dan jika $\mu_i\ [B_i\ x] = 0{,}5$ menyatakan bahwa batasan tersebut cukup memenuhi persediaan yang ada untuk digunakan, sedangkan $\mu_i\ [B_i\ x] = 0$ persediaan tersebut tidak masuk atau tidak tunduk pada persediaan yang ada.

Solusi yang diharapkan pada *fuzzy linear programming* adalah solusi dengan nilai keanggotaan yang paling besar. Untuk nilai $\lambda = 0{,}5$ mengandung arti bahwa $\lambda - cut$ dari setiap himpunan yang digunakan untuk mengimplementasikan setiap batasan sebesar 0,5. Untuk menentukan besarnya penambahan dari setiap batasan yang diizinkan dengan skala terbesar $t = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$ yaituTabel dibuat dengan ukuran font 8 (palayino Linotype) seperti pada tabel 1 berikut ini.

a. Untuk tepung terigu, penambahan *safety stock* yang diizinkan adalah 7.952 gr atau sebesar 10%, namun penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar 0,5 x 7.952 = 3.975 gr atau sebesar 4,9%.
b. Untuk telur, penambahan *safety stock* yang diizinkan adalah 4.859 gr atau 10%, namun penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar 0,5 x 4.859 = 2.429,5 gr atau sebesar 5%.
c. Untuk mentega, penambahan *safety stock* yang diizinkan adalah 1.042 gr atau sebesar 10%, namun penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar 0,5 x 1.042 = 521 gr atau sebesar 5%.
d. Untuk garam, penambahan *safety stock* yang diizinkan adalah 242 gr atau sebesar 10%, namun penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar 0,5 x 242 = 121 gr atau sebesar 5%.
e. Untuk gula, penambahan *safety stock* yang diizinkan adalah 1.460 gr atau sebesar 10%, namun penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar 0,5 x 1.460 = 730 gr atau sebesar 5%.
f. Untuk daging, penambahan *safety stock* yang diizinkan adalah 1.724 gr atau sebesar 10%, namun penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar 0,5 x 1.724 = 862 gr atau 5%.
g. Untuk keju, penambahan *safety stock* yang diizinkan adalah 1.437 gr atau sebesar 10%, namun penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar 0,5 x 1.437 = 718,5 gr atau 5%.
h. Untuk cokelat, penambahan *safety stock* yang diizinkan adalah 1.328 gr atau sebesar 10%, namun penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar 0,5 x 1.328 = 664 gr atau 5%.
i. Untuk kacang hijau, *safety stock* baku yang diizinkan adalah 1.150 gr atau sebesar 10%, namun penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar 0,5 x 1.150 = 575 gr atau 5%.

5. Metode *Branch and Bound*

Penambahan pada setiap kendala dari proses *fuzzy linear programming* yaitu sebesar 5%. Hal ini diperoleh dari nilai $\lambda \times safety\ stock = 0{,}5 \times 10\% = 5\%$, sehingga perhitungan pada metode pembulatan cabang dan batas dapat menambahkan kendala baru sebagai berikut.

Maksimalkan:

$$Z = 4.765x_1 + 4.750x_2 + 4.680x_3 + 4625x_4$$

dengan kendala

$$20x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 20x_4 \leq 79.520 + 3.975$$

$$14{,}75x_1 + 14{,}75x_2 + 14{,}75x_3 + 14{,}75x_4 \leq 48.590 + 2.429{,}5$$

$$3{,}5x_1 + 3{,}5x_2 + 3{,}5x_3 + 3{,}5x_4 \leq 10.420 + 521$$

$$0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}5x_4 \leq 2.420 + 121$$

$$4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 14.600 + 730$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3.500$$

$$20x_1 \leq 17.240 + 862$$

$$20x_2 \leq 14.370 + 718{,}5$$

$$20x_3 \leq 13.280 + 664$$

$$20x_4 \leq 11.500 + 575$$

$$x_1 \geq 420$$

$$x_2 \geq 500$$

Original Article

$$x_3 \geq 400$$

$$x_4 \geq 320$$

dapat dibentuk *linear programming* nya sebagai berikut.

Maksimalkan

$$Z = 4.765x_1 + 4.750x_2 + 4.680x_3 + 4.625x_4$$

dengan kendala

$$20x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 20x_4 \leq 83.495$$

$$14{,}75x_1 + 14{,}75x_2 + 14{,}75x_3 + 14{,}75x_4 \leq 51.019{,}5 \; 3{,}5x_1 + 3{,}5x_2 + 3{,}5x_3 + 3{,}5x_4 \leq 10.941$$

$$\begin{aligned}
0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}5x_4 &\leq 2.541\\
4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 &\leq 15.330\\
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\leq 3.500\\
20x_1 &\leq 18.102\\
20x_2 &\leq 15.088{,}5\\
20x_3 &\leq 13.944\\
20x_4 &\leq 12\\
x_1 &\geq 420\\
x_2 &\geq 500\\
x_3 &\geq 400\\
x_4 &\geq 320
\end{aligned}$$

Selanjutnya untuk menyelesaikan formulasi di atas dengan mengabaikan pembatas *integer* dilakukan proses *Big-M* maka didapatkan jumlah produksi roti isi daging yang harus diproduksi dalam sehari adalah sebanyak 905,1 buah, roti isi keju sebanyak 754,425 buah , roti isi cokelat sebanyak 697,2 buah dan roti isi kacang hijau sebanyak 603,75 buah dengan nilai $Z =$ 13.951.560. Solusi tersebut masih berupa bilangan *non integer* maka digunakan metode pembulatan cabang dan batas untuk solusi optimal yang diperoleh sudah berupa bilangan *integer*.

6. Analisis *Branch and Bound*

Langkah pertama yang dilakukan adalah menentukan batas atas (BA) dan batas bawah (BB). Untuk menentukan batas atas (BA) diperoleh dari hasil perhitungan *linear programming* relaksasi pada metode cabang dan batas yaitu $x_1 = 905{,}1$, $x_2 = 754{,}425$, $x_3 = 697{,}2$ dan $x_4 = 603{,}75$ dengan keuntungan sebesar Rp 13.951. Sedangkan untuk batas bawah (BB) digunakan metode pembulatan ke bawah, sehinggan diperoleh $x_1 = 905$, $x_2 = 754$, $x_3 = 697$ dan $x_4 = 603$ dengan keuntungan sebesar Rp 13.944.660.

Selanjutnya adalah proses pencabangan (*branching*) dengan memilih salah satu variabel yang belum bulat dengan nilai pecahan yang terbesar. Dipilih x_4 yaitu sebesar 603,75 dengan menambahkan kendala baru pada formulasi sebelumnya, maka proses pencabangan x_4 menjadi submasalah 1 $x_4 \geq 604$ dan submasalah 2 $x_4 \leq 603$ sehingga pada iterasi 1 diperoleh

a. Submasalah 1

Maksimalkan:

$$Z = 4.765x_1 + 4.750x_2 + 4.680x_3 + 4625x_4$$

dengan kendala

$$\begin{aligned}
20x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 20x_4 &\leq 83.495\\
14{,}75x_1 + 14{,}75x_2 + 14{,}75x_3 + 14{,}75x_4 &\leq 51.019{,}5\\
3{,}5x_1 + 3{,}5x_2 + 3{,}5x_3 + 3{,}5x_4 &\leq 10.941\\
0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}5x_4 &\leq 2.541\\
4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 &\leq 15.330\\
20x_1 &\leq 18.102\\
20x_2 &\leq 15.088{,}5\\
20x_3 &\leq 13.944\\
20x_4 &\leq 12.075\\
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\leq 3.500\\
x_1 &\geq 420
\end{aligned}$$

Published by: Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat (LPPM)
Institut Teknologi Sumatera, Lampung Selatan, Indonesia

Original Article

$$x_2 \geq 500$$
$$x_3 \geq 400$$
$$x_4 \geq 320$$
$$x_4 \geq 604$$

Untuk menyelesaikan submasalah 1 dengan menggunakan metode *Big-M* dapat diperoleh solusi submasalah 1, yaitu tidak memiliki solusi layak**.**

Meneliti nilai Z apakah sudah layak dan optimal. Untuk nilai Z yang tidak memilihi solusi layak dilihat dari nilai solusi Z yang diperoleh lebih besar dari batas atas, karena jika disubstitusikan ke dalam salah satu kendala, diperoleh kendala melebihi persediaan yang ada. Sedangkan untuk solusi dikatakan tidak optimal jika nilai solusi Z yang diperoleh lebih kecil dari batas bawah.

b. Submasalah 2

Maksimalkan:
$$Z = 4.765x_1 + 4.750x_2 + 4.680x_3 + 4.625x_4$$
dengan kendala
$$20x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 20x_4 \leq 83.495$$
$$14{,}75x_1 + 14{,}75x_2 + 14{,}75x_3 + 14{,}75x_4 \leq 51.019{,}5$$
$$3{,}5x_1 + 3{,}5x_2 + 3{,}5x_3 + 3{,}5x_4 \leq 10.941$$
$$0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}5x_4 \leq 2.541$$
$$4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 15.330$$
$$20x_1 \leq 18.102$$
$$20x_2 \leq 15.088{,}5$$
$$20x_3 \leq 13.944$$
$$20x_4 \leq 12.075$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3.500$$
$$x_1 \geq 420$$
$$x_2 \geq 500$$
$$x_3 \geq 400$$
$$x_4 \geq 320$$
$$x_4 \leq 603$$

yang selanjutnya pertidaksamaan kendala di atas disebut pertidaksamaan kendala 1.

Untuk menyelesaikan submasalah 2 dengan menggunakan metode *Big-M* dapat dilakukan secara manual. Iterasi 1 pada submasalah 2, kendala baru yang ditambahkan adalah $x_4 \leq 603$ dengan memasukkan ke pertidaksamaan kendala 1 sebagai berikut:

$$20x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 20(603) \leq 83.495$$
$$14{,}75x_1 + 14{,}75x_2 + 14{,}75x_3 + 14{,}75(603) \leq 51.019{,}5$$
$$3{,}5x_1 + 3{,}5x_2 + 3{,}5x_3 + 3{,}5(603) \leq 10.941$$
$$0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}5(603) \leq 2.541$$
$$4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6(603) \leq 15.330$$
$$20x_1 \leq 18.102$$
$$20x_2 \leq 15.088{,}5$$
$$20x_3 \leq 13.944$$
$$20(603) \leq 12.075$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + 603 \leq 3.500$$
$$x_1 \geq 420$$
$$x_2 \geq 500$$
$$x_3 \geq 400$$
$$603 \geq 320$$

Jika penyelesaian yang sudah optimal maka perhitungan dihentikan, untuk kendala 10 dan 14 sudah optimal maka tidak perlu dilakukan perhitungan lagi. Selanjutnya untuk kendala yang belum mendapatkan hasil optimal akan dilakukan perhitungan dengan metode simpleks sebagai berikut.

Maksimalkan:
$$Z = 4.765x_1 + 4.750x_2 + 4.680x_3 + 4625x_4$$

Original Article

dengan kendala

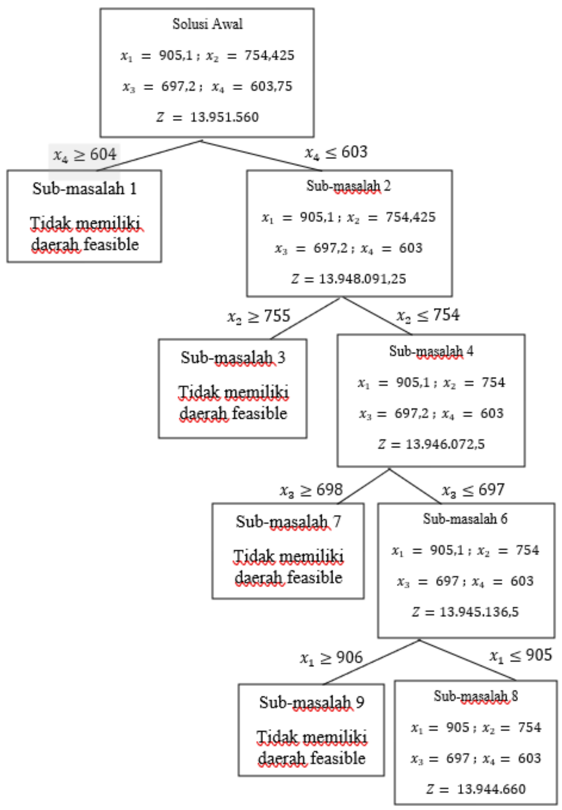
$$
\begin{aligned}
20x_1 + 20x_2 + 20x_3 &\leq 71.435\\
14{,}75x_1 + 14{,}75x_2 + 14{,}75x_3 &\leq 42.125{,}25\\
3{,}5x_1 + 3{,}5x_2 + 3{,}5x_3 &\leq 8.830.5\\
0{,}5x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 &\leq 2.239{,}5\\
4x_1 + 4x_2 + 4x_3 &\leq 11.712\\
20x_1 &\leq 18.102\\
20x_2 &\leq 15.088{,}5\\
20x_3 &\leq 13.944\\
x_1 + x_2 + x_3 &\leq 2.897\\
x_1 &\geq 420\\
x_2 &\geq 500\\
x_3 &\geq 400
\end{aligned}
$$

Persamaan yang baru didapatkan, selanjutnya dillakukan perhitungan dengan menggunakan metode *Big-M*. Setelah dilakukan perhitungan menggunakan metode *Big-M*, maka diperoleh solusi submasalah 2: $x_1 = 905{,}1$, $x_2 = 754{,}425$, $x_3 = 697{,}2$ dan $x_4 = 603$. dengan fungsi tujuan $Z = Rp.$ 13.948.091.

Solusi iterasi 1 pada submasalah 2 masih ada yang belum bulat dan hasilnya tidak melebihi nilai batas atas dan tidak kurang dari nilai batas bawah. Maka submasalah 2 dapat dilakukan proses pencabangan selanjutnya menjadi sub-masalah 3 dan 4. Selanjutnya dilakukan dengan cara yang sama seperti sebelumnya untuk melakukan iterasi ke 2 dan seterusnya, sehingga dapat digambarkan dengan pohon penyelesaian metode *branch and bound* berikut.

7. Pohon Penyelesaian Metode *Branch and Bound*

Untuk melihat lebih jelas, dibuat pohon penyelesaian pada metode Branch and Bound seperti pada Gambar 2. Dari Gambar 2 terdapat 4 iterasi yang dilakukan pada tahap pencabangan dengan metode *Branch and Bound*. Masing-masing dari iterasi tersebut terdiri dari 2 sub-masalah/sub-problem, dengan batas atas sebesar Rp 13.951.560 sedangkan batas bawah sebesar $Rp.$ 13.944.660. Setiap submasalah solusi nilai Z tidak boleh melebihi batas atas dan tidak boleh kurang dari batas bawah.



Gambar 2. Diagram Penyelesaian dengan Metode *Branch and Bound*

Meneliti nilai Z pada proses pencabangan dari setiap submasalah dapat dilihat dari nilai solusi Z yang diperoleh, jika melebihi batas atas benar saja solusi tersebut tidak memiliki daerah *feasible*. Sedangkan jika nilai solusi Z yang diperoleh kurang dari batas bawah, solusi tersebut tidak optimal.

8. Perbandingan keuntungan

Keuntungan perusahaan sebelum dan sesudah dilakukan penelitian dapat dilihat pada Tabel 4. Telah dilakukan wawancara langsung oleh pihak pabrik bahwa diketahui jumlah rata-rata roti yang di produksi

Original Article

untuk tiap jenis roti dapat dilihat pada lampiran 5. Keuntungan pabrik adalah sebesar $Rp. 12.624.900$, sedangkan keuntungan setelah penelitian sebesar $Rp. 13.944.660$ maka diperoleh kenaikan sebesar $Rp. 1.139.760$ atau 8,17% dari keuntungan perusahaan dalam sehari dengan memproduksi 2959 buah dimana roti isi daging diproduksi 905 buah, roti isi keju diproduksi 754 buah, roti isi cokelat diproduksi 697 buah dan roti isi kacang hijau diproduksi buah roti.

Tabel 4. Perbandingan keuntungan perusahaan dan keuntungan menggunakan Metode *Branch and Bound*

Jenis Roti	Perusahaan		Metode Branch and Bound	
	Jumlah Roti yang diproduksi	Keuntungan	Jumlah Roti yang di produksi	Keuntungan
Roti Daging	750	Rp 3.573.750,00	905	Rp 4.312.325,00
Roti Keju	700	Rp 3.325.000,00	754	Rp 3.581.500,00
Roti Cokelat	680	Rp 3.182.400,00	697	Rp 3.261.960,00
Roti Kacang H	550	Rp 2.543.750,00	603	Rp 2.788.875,00
Total	2680	Rp 12.624.900,00	2959	Rp 13.944.660,00

Kesimpulan

Dari uraian dan perhitungan yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan

1. Dari hasil analisis menggunakan metode *Branch and Bound* maka diperoleh jumlah produksi optimal tiap jenis roti dalam sehari adalah roti daging sebanyak 905 buah, roti keju sebanyak 754 buah, roti cokelat sebanyak 697 buah, dan roti kacang hijau sebanyak 603 buah.
2. Dari perhitungan yang telah diperoleh terdapat bahan baku optimal yang seharusnya digunakan untuk produksi tiap jenis roti yaitu tepung terigu sebesar 3.975 gr, telur sebesar 2.429 gr, mentega 1.042 gr, garam sebesar 242 gr, gula sebesar 730 gr, daging sebesar 862 gr, keju 718,5 gr, cokelat sebesar 664 gr, dan kacang hijau sebesar 575 gr. Dengan rata-rata penambahan bahan baku hanya 5% dapat memproduksi roti yang optimal dengan mendapatkan keuntungan yang maksimal.
3. Keuntungan perusahaan diperoleh sebesar $Rp. 12.624.900$ sedangkan menggunakan metode *Branch and Bound* mengalami kenaikan sebesar $Rp. 1.139.760$ dari keuntungan perusahaan dalam sehari produksi yaitu sebesar $Rp. 13.944.660$ atau 8,17%.

Konflik Kepentingan

Tidak ada konflik kepentingan yang dinyatakan.

Referensi

[1] L. Costaner, W. Syafitri, and G. Guntoro, “Optimasi Jumlah Produksi Roti UD Prima Sari Menggunakan Metode Logika Fuzzy,” Sistemasi: Jurnal Sistem Informasi, vol. 8, no. 3, pp. 424–435, 2019.

[2] A. W. Yulianto, H. Suyitno, and M. Mashuri, “Aplikasi Fuzzy Linear Programming Dalam Optimalisasi Produksi,” UNNES Journal of Mathematics, vol. 1, no. 1, 2012.

[3] W. Hartono, A. D. Y. A. Putri, and Sugiyarto, “Integer Programming dengan Pendekatan Metode Branch And Bound untuk Optimasi Sisa Material Besi (Waste) pada Plat Lantai (Studi Kasus : Pasar Elpabes Banjarsari Surakarta),” e-Jurnal MATRIKS TEKNIK SIPIL, vol. 2, no. 2, Jul. 2014.

[4] Hartono, W, “Integer Programming dengan Pendekatan Metode Branch and Bound untuk Optimasi Sisa Material Besi (WASTE) Pada Plat Lantai”, e-Jurnal MATRIKS TEKNIK SIPIL, II(2), 86, 2014.

[5] D. R. Indah and P. Sari, “Penerapan Model Linear Programming Untuk Mengoptimalkan Jumlah Produksi Dalam Memperoleh Keuntungan Maksimal (Studi Kasus pada Usaha Angga Perabot),” Jurnal Manajemen Inovasi, vol. 10, no. 2, 2020.

[6] S. Mulyono, “Riset operasi, edisi revisi,” Indonesia. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas, 2004.

[7] D arta and T. Kandaga, Program Linear dan Aplikasinya. Bandung: PT Refika Aditama, 2019.

[8] H. Suantio, M. Rambe, A. Jabbar, and I. Siregar, “Aplikasi Fuzzy Linear Programming untuk Produksi Bola Lampu di PT XYZ,” Jurnal Teknik Industri USU, vol. 2, no. 2, p. 219345, 2013.

[9] W. Wanayumini, “Menentukan Tingkat Produksi Maksimum dengan Teknik Artificial Intelligence Menggunakan Logika Fuzzy Linier Programming,” MEDIATEK (MEDIA TEKNIK): JURNAL ILMIAH DAN TEKNOLOGI, vol. 1, no. 1, 2012.

[10] M. Martini and others, “Optimasi Produksi Hijab dengan Fuzzy Linear Programming,” JITK (Jurnal Ilmu

Original Article

Pengetahuan dan Teknologi Komputer), vol. 3, no. 1, pp. 65–72, 2017.

[11] S. Kusumadewi and H. Purnomo, Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan. Yogyakarta: Graha Ilmu, 2004.

[12] D. V. S. Sinaga, "Optimalisasi Keuntungan Penjualan Roti dengan Metode Branch and Bound," Universitas Sumatera Utara, Medan, 2018.

[13] P. Sitorus, Program Linear. Jakarta: Universitas Trisakti, 1997.Sitorus, P, "Program Linear", Jakarta: Universitas Trisakti, 1997.

Published by: Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat (LPPM)
Institut Teknologi Sumatera, Lampung Selatan, Indonesia